









# Simulação numérica da estrutura do Auditório William Monachesi do campus Universitário Olezio Galotti do UniFOA usando modelamento por elementos finitos (MEF) e programação nas linguagens Fortran e Python

*Simulation of the structure of the William Monachesi Auditorium at the Olezio Galotti University campus of UniFOA by using finite element modeling (FEM) and programing in the Fortran e Python languages*

- <sup>1</sup> Yuri Gustavo Jovencio Miranda  
- <sup>2</sup> Raniel Miranda Pinheiro  
- <sup>3</sup> Horácio Guimarães Delgado Junior  
- <sup>4</sup> Carlos Roberto Xavier  

- <sup>1</sup> UniFOA - Centro Universitário de Volta Redonda
- <sup>2</sup> UniFOA - Centro Universitário de Volta Redonda
- <sup>3</sup> UniFOA - Centro Universitário de Volta Redonda / Universidade Estadual do Rio de Janeiro (UERJ)
- <sup>4</sup> UniFOA - Centro Universitário de Volta Redonda

## RESUMO

Este estudo apresenta os resultados obtidos através de modelamento por elementos finitos (MEF) para simulação da treliça estrutural do auditório William Monachesi localizado, no *Campus* Universitário Olezio Galotti, no Centro Universitário de Volta Redonda (UniFOA), no Estado do Rio de Janeiro. Fez-se uso do refinamento da malha por nós de influência direta, aplicando-se o MEF com algoritmos desenvolvidos e programados nas linguagens *FORTRAN* e *PYTHON*, obtendo-se a representação gráfica para visualização dos resultados através do programa *GNU PLOT* e da biblioteca *MATPLOTLIB*. Dessa forma, foram determinados os campos de deformações e os deslocamentos nodais das extremidades dos elementos. Conclui-se que o elemento estrutural analisado possuiu considerável rigidez, portanto, pequena deformação, conferindo aos seus usuários a garantia de confiabilidade e conforto.

## Palavras-chave:

Modelamento, Análise Estrutural, Treliça plana, Método dos Elementos Finitos – MEF, *Fortran* e *Python*.

## ABSTRACT

This study presents the results obtained through finite element modeling (FEM) to simulate the structural truss of the William Monachesi auditorium located Olezio Galotti university campus in the Volta Redonda University Center (UniFOA) in the State of Rio de Janeiro. Mesh refinement was used by nodes of direct influence, applying the FEM with algorithms developed and programmed in the *FORTRAN* and *PYTHON* languages, obtaining a graphical representation for viewing the results through the *GNU PLOT* program and the *MATPLOTLIB* library. In this way, the deformation fields and nodal displacements of the ends of the elements were determined. It is concluded that the analyzed structural element had considerable rigidity, therefore, small deformation, providing its users with the guarantee of reliability and comfort.

## Keywords:

Modeling, Structural Analysis, Flat truss, Finite Element Method – FEM, *Fortran* and *Python*.

## 1 INTRODUÇÃO

Inaugurado no dia 29 de abril de 2018, o Auditório William Monachesi foi projetado para a realização de formaturas oficiais e apresentações institucionais promovidas pelo UniFOA – Centro Universitário de Volta Redonda. Na figura 1, (UniFOA, 2018) tem-se a possibilidade da visão interna do Auditório William Monachesi.

**Figura 1 - Visão interna do auditório William Monachesi (UniFOA – Centro Universitário de Volta Redonda).**



Fonte: UniFOA (2018).

Edificado no Campus Universitário Olezio Galotti, do Centro Universitário de Volta Redonda (UniFOA) e com, aproximadamente, mil metros quadrados, possui considerável capacidade de público. Conta com expressivo vão livre de vinte e cinco metros, sendo que sobre este ainda assentam dois andares de salas de aulas para a realização de práticas acadêmicas compondo, dessa forma, o integrado e moderno edifício Francisco Cruz Junior, conforme visão panorâmica na figura 2 (UniFOA, 2018). Projetado em consonância com as normas da ABNT, foi concebido em estruturas metálicas compostas por aço de alta resistência mecânica.

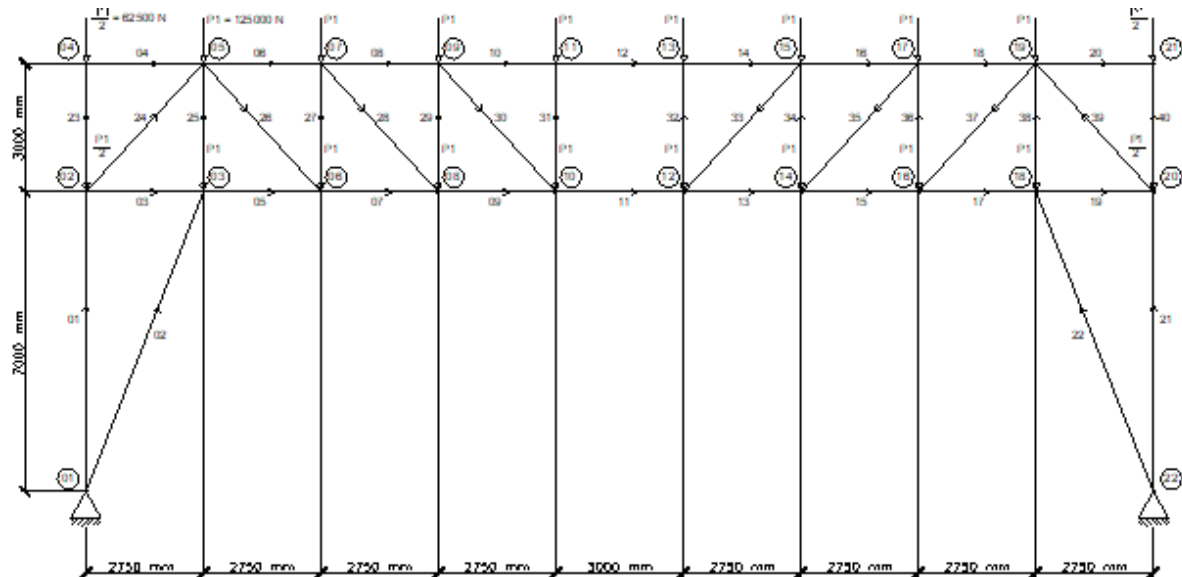
**Figura 2 - Edifício Francisco Cruz Junior – Campus Universitário Olezio Galotti (UniFOA).**



Fonte: UniFOA (2018).

Em busca de manter o projeto estático, com imenso vão livre e, ao mesmo tempo, conferir segurança e conforto aos seus ocupantes, a estrutura é composta por treliças planas de 3 (três) metros de altura entre eixos, corresponde a, aproximadamente, a oitava parte do vão e espaçadas em comum umas às outras transversalmente, recebendo, de forma pontual, as cargas nodais oriundas de vigas longitudinais, conforme pode ser visualizado na figura 3.

Figura 3 - Modelo idealizado da treliça plana.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

O trabalho foi desenvolvido com resultados obtidos através da análise estrutural baseada no MEF dos campos de deformação das treliças transversais, assim como os respectivos deslocamentos nodais, considerando as características físicas e geométricas dos componentes. Levou-se, ainda, em consideração a sensibilidade das equações constitutivas aplicadas ao elemento de barra bidimensional com comportamento elástico linear, sendo válida a Lei de Hooke.




O presente artigo tem, como base referencial, o conteúdo aplicado e teórico do livro *Finite Element Analysis* (MOAVENI, 2015), o estudo sobre o Método Dos Elementos Finitos, publicado pela Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto, Portugal (AZEVEDO, 2003) e um modelo para aplicação em análise estrutural de treliças planas (DELGADO JR et al, 2022)

Os algoritmos dos códigos computacionais utilizados no modelamento e simulação foram compilados através dos editores de código *FORTRAN FORCE 2.0.9* e *PyCharm Comunity Edition 2023.3.3*, sendo que ambos os *softwares* possuem licença gratuita.

## 2 CONCEPÇÃO DA ESTRUTURA

Na figura 4, tem-se uma breve representação dos tipos de apoio, os quais podem estar presentes em uma estrutura. No presente estudo, as forças atuantes serão consideradas somente na vertical.

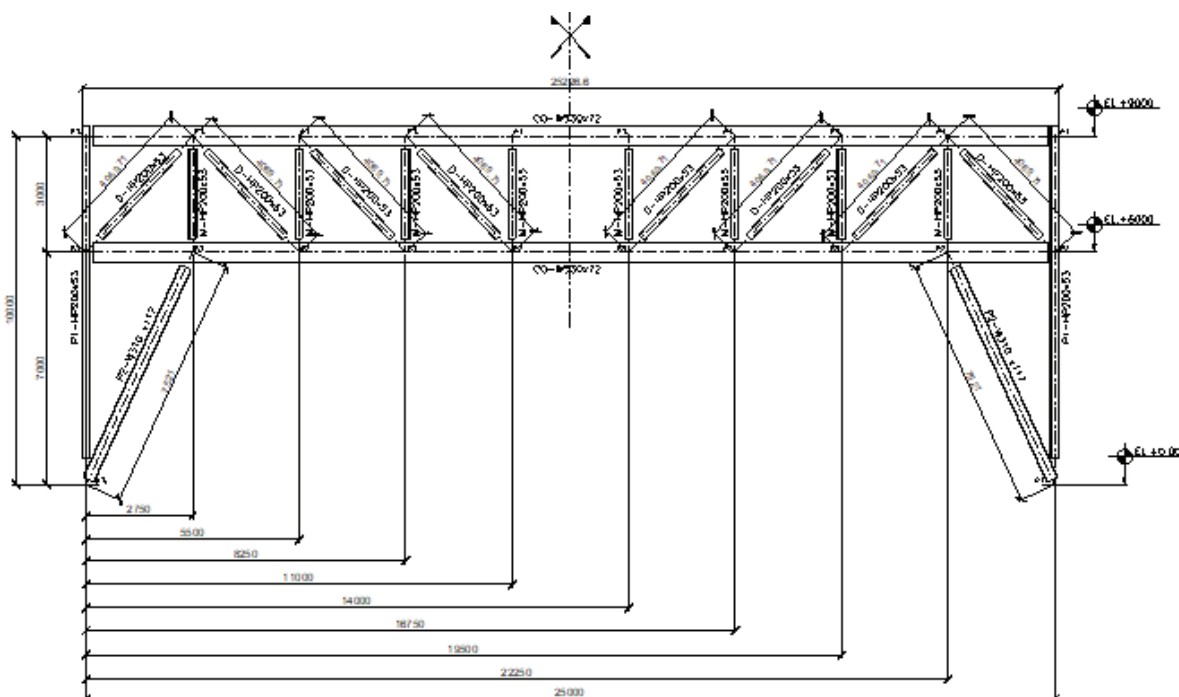
Figura 4 - Tipos de apoio presentes em uma estrutura

Tipo de apoio	Apoio móvel (1º gênero)	Apoio fixo (2º gênero)	Engaste (3º gênero)
Simbologia			
Restrição	Restringe uma translação.	Restringe duas translações.	Restringe duas translações e uma rotação.

Fonte: Elaborado pelo autor (2024)

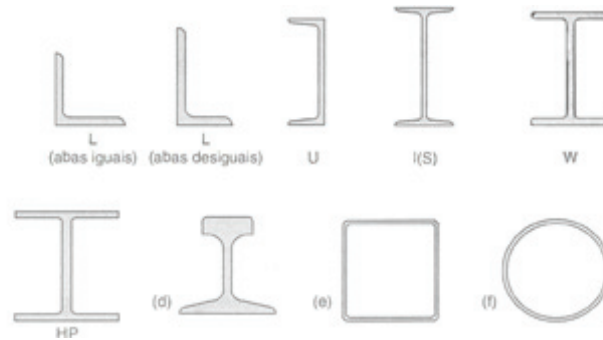
O projeto geométrico da treliça principal é apresentado na figura 5, contendo a descrição dos componentes dos perfis I, H e laminados da série W, sendo estes, a sua forma geométrica demonstrada na figura 6 (SARDÁ, 2017), portanto, compactos e estáticos com o comportamento rotacional restringido, sem momento horário ou anti-horário, assim como flambagem local da alma cheia ou também do flange. A flambagem lateral por torção é neutralizada através de conectores que acoplam os elementos das cordas, com as lajes formando um diafragma de grande rigidez. Os perfis utilizados são fabricados no Brasil, pela Açominas, em aço ASTM A572 grau 50 (ASTM Standards, 2007). Os elementos são todos geometricamente traçados e cotados a partir das linhas de eixo por coordenadas baricêntricas, de modo que não ocorram excentricidades indesejáveis e que as tensões tenham concentração sobre cada elemento de forma homogênea.

Figura 5 - Projeto geométrico das treliças.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Figura 6 - Tipos construtivos usuais de vigas de alma cheia com descrição de perfis.



Fonte: SARDÁ (2017).

### 3 OBJETIVO

O presente trabalho teve como objetivo comparar os resultados de modelamento e simulação numérica de uma treliça real edificada no *Campus Olezio Galotti* do Centro Universitário de Volta Redonda (UniFOA), através de algoritmos programados em *FORTRAN* e *PYTHON*.

### 4 METODOLOGIA

De acordo com a lei de Hooke, na equação 1, aplicando-se um deslocamento unitário, o vetor de força do elemento será correspondente à matriz de rigidez do próprio elemento.

$$F = K \cdot U \quad (1)$$

$$\frac{F}{A} = E \cdot \frac{\Delta L}{L}, \quad (2)$$

como  $\Delta L = U$

$$F = \frac{EA}{L} \cdot U \quad (3)$$

Onde  $F$  é a matriz coluna, contendo as cargas nodais;  $K$  é a matriz de rigidez;  $U$  é a matriz coluna, contendo os deslocamentos nodais;  $E$  é o modulo de elasticidade;  $A$  é a área e  $L$  é o comprimento.

A dedução na equação 4 faz menção à matriz de rigidez, onde é justificado a simplificação pela constante  $k$  de amortecimento pela Lei de Hooke, contendo os coeficientes de rigidez que relacionam forças internas com deslocamentos nodais.

$$k = \frac{EA}{L} \quad (4)$$

Na equação 5, é possível notar que os nós  $i$  e  $j$  possuem duas componentes, observando-se que essa configuração é um sistema de igualdade zero, o que resulta em um sistema em equilíbrio. A compreensão precede de que a força exercida pela mola será a diferença entre a reação de apoio e o carregamento nodal equivalente e representa uma carga a cada nó equivalente.

$$\begin{cases} \text{Nó } i: F_i + F_m = 0 \\ \text{Nó } j: F_j - F_m = 0 \end{cases} \quad (5)$$

Onde  $F_m$  é a força da mola,  $F_i$  e  $F_j$  são as forças nos nós  $i$  e  $j$ , respectivamente.

Na equação 6, é possível observar o equilíbrio no respectivo nó restrito pelo apoio externo.

$$\begin{cases} F_i = -F_m \\ F_j = +F_m \end{cases} \quad (6)$$

Na equação 7, a força da mola definida pela Lei de Hooke é discretizada na matriz de rigidez, sendo justificada pelo sinal de positivo e negativo em seus respectivos nós.

$$\begin{cases} F_i = -k (U_j - U_i) \\ F_j = k (U_j - U_i) \end{cases} \quad (7)$$

No qual  $U_i$  e  $U_j$  são as matrizes coluna, contendo os deslocamentos vetorizados em  $i$  e em  $j$ , respectivamente.

Podemos observar a distribuição de constantes de rigidez e a alternância nos sinais na equação 8.

$$\begin{cases} F_i = -k U_j + k U_i \\ F_j = +k U_j - k U_i \end{cases} \quad (8)$$

Assim, a equação 8 pode ser reordenada e escrita na forma matricial pela equação 9.

$$\begin{bmatrix} F_i \\ F_j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +k & -k \\ -k & +k \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_i \\ U_j \end{bmatrix} \quad (9)$$

Substituindo a equação 1 na equação 9 e  $K$  na matriz de rigidez, é obtida a forma final (Equação 10), descrito passo a passo para discretização do formato matricial do método matemático de elementos finitos. O sistema é resolvido de forma matricial por Gauss-Seidel após permutar os elementos (Equações 11 a 13).

$$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{+EA}{L} & -\frac{EA}{L} \\ -\frac{EA}{L} & \frac{EA}{L} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$X_1^{(k)} = \frac{1}{a_{11}} \left( b_1 - a_{12}X_2^{(k-1)} - a_{13}X_3^{(k-1)} - a_{14}X_4^{(k-1)} - \dots - a_{1n}X_n^{(k-1)} \right) \quad (11)$$

$$X_2^{(k)} = \frac{1}{a_{22}} \left( b_2 - a_{21}X_1^{(k-1)} - a_{23}X_3^{(k-1)} - a_{24}X_4^{(k-1)} - \dots - a_{2n}X_n^{(k-1)} \right) \quad (12)$$

$$X_i^{(k)} = \frac{1}{a_{ii}} \left( b_i - \sum_{j=1}^n a_{ij} X_j \quad (k) \rightarrow i > j \quad (k-1) \rightarrow i < j \right) \quad (13)$$

Com a condição de parada dada pela equação 14.

$$| X_n - X_{n-1} | \leq erro \quad (x_0 = a \text{ ou } x_0 = b) \quad (14)$$

Após definir o método a ser utilizado em linguagem *Fortran*, é implementado os elementos e seus respectivos nós, assim como na programação em *Python*, sendo que os resultados de cada elemento são obtidos para serem comparados entre si.

Com o entendimento dos conceitos apresentados, é ressaltado que não se usou o critério de deformação, já que em uma construção se aplica somente o conceito de deslocamento.

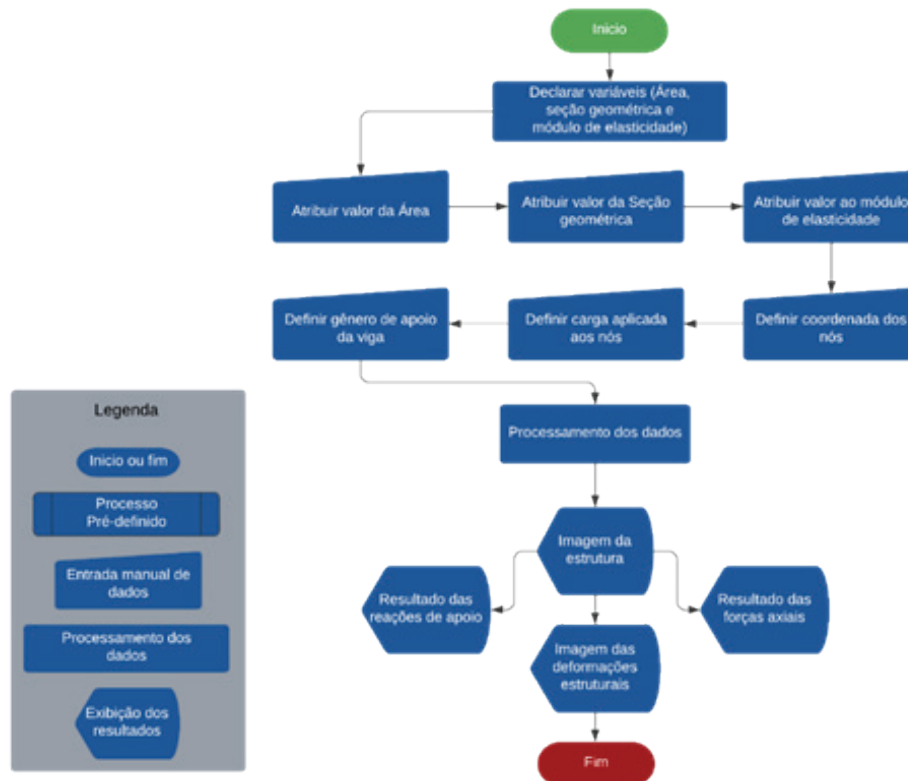
Após conceitualização da teoria que rege o modelamento e de posse das propriedades e seções dos materiais (Figura 5), os elementos e seus respectivos nós são inseridos em sequência para a construção do modelo, o qual será resolvido através do MEF.

Para a construção do modelo de elementos finitos em *Python* foi utilizado o *software* executável *PyCharm Community Edition 2023.3.3*, no qual se dá ênfase a biblioteca *anaStruct*, responsável por simplificar e calcular os resultados obtidos através do programa.

Para a implementação do MEF em *Fortran*, recorreu-se ao método de Gauss-Seidel, no qual se faz o uso de interações sucessivas dentro de uma tolerância pré-definida de 0.0000001% e o máximo de 1000000000 iterações sucessivas, sendo uma modificação do método de Jacobi-Richardson, criado com o objetivo de acelerar a convergência do sistema de equações lineares.

Para a compreensão da metodologia utilizada, pode-se recorrer ao fluxograma da Figura 7.

Figura 7 - Fluxograma do procedimento usado na simulação estrutural.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

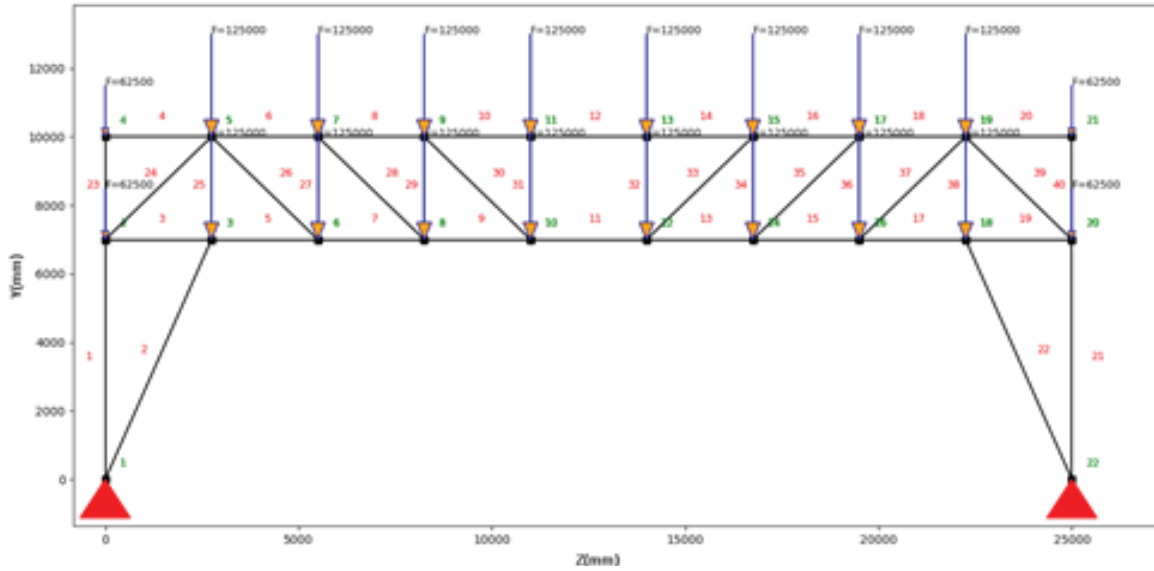
## 5 RESULTADOS E DISCUSSÕES

Os resultados obtidos da simulação estrutural através do uso das linguagens de programação *Fortran* e *Python* são exibidos e comparados neste capítulo, considerando-se os desvios encontrados entre estes.



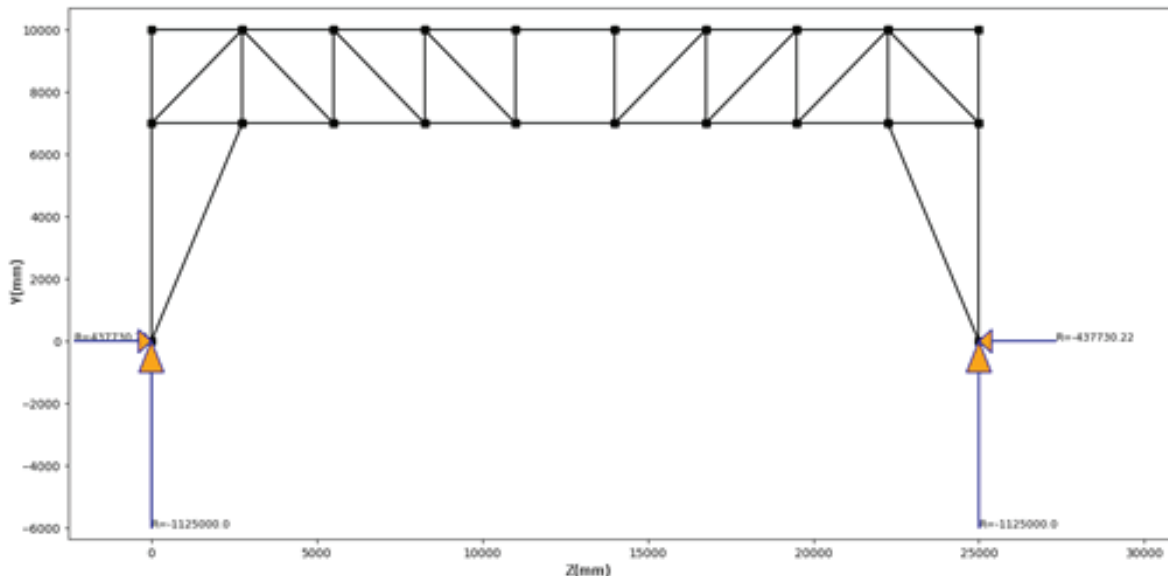
Resultados obtidos em Python (Figuras 8 a 11) através do software PyCharm Community Edition 2023.3.3.

Figura 8 - Estrutura identificada com elementos, nós e cargas nodais.



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

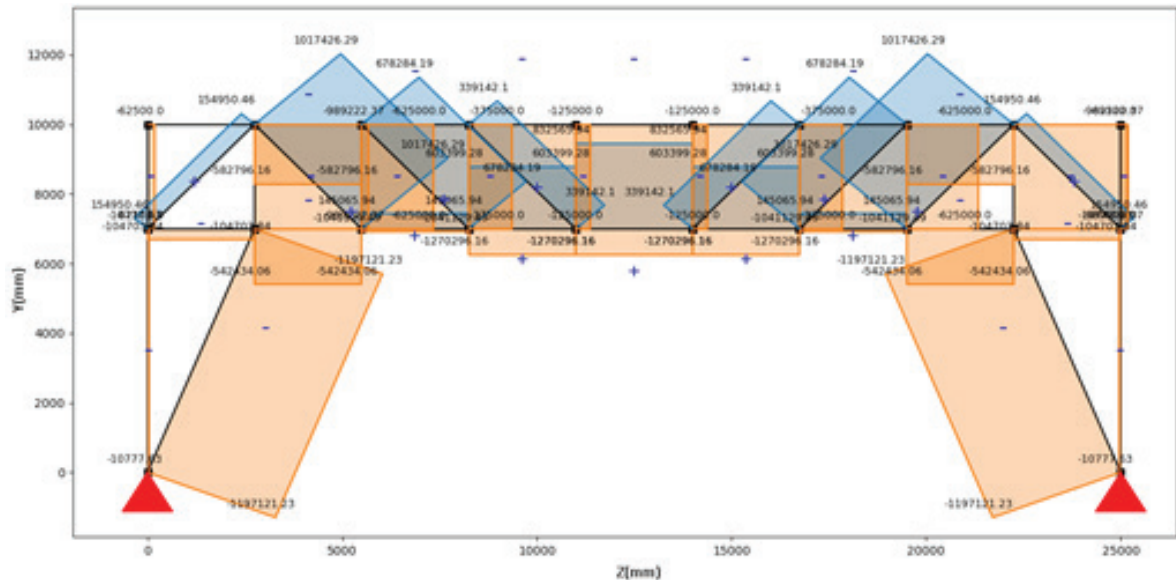
Figura 9 - Reações de apoio (Python).



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

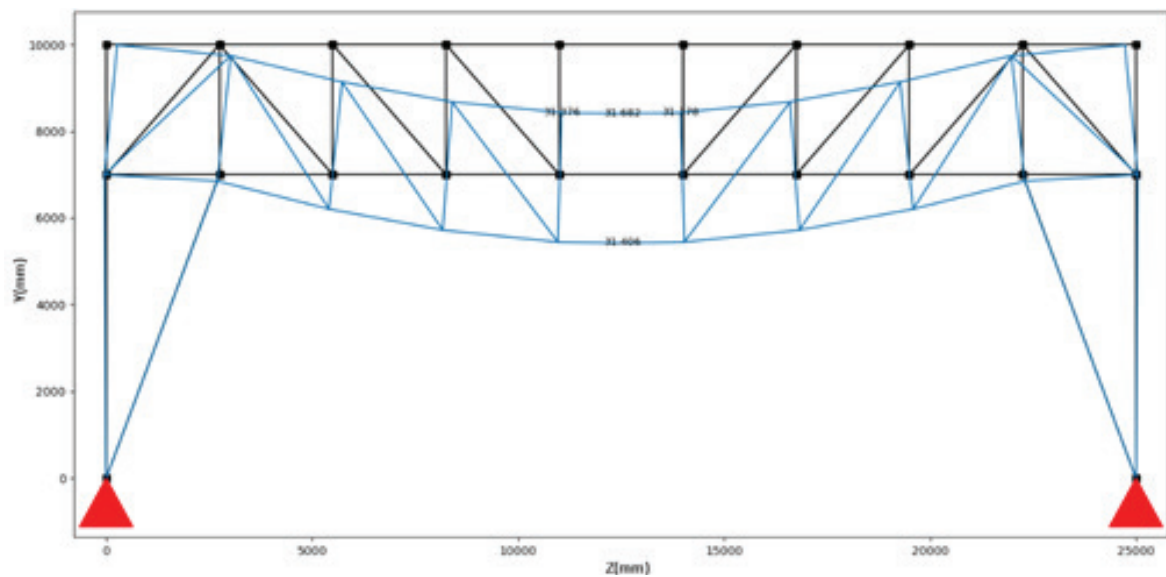


Figura 10 - Resultado das forças axiais (Python).



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

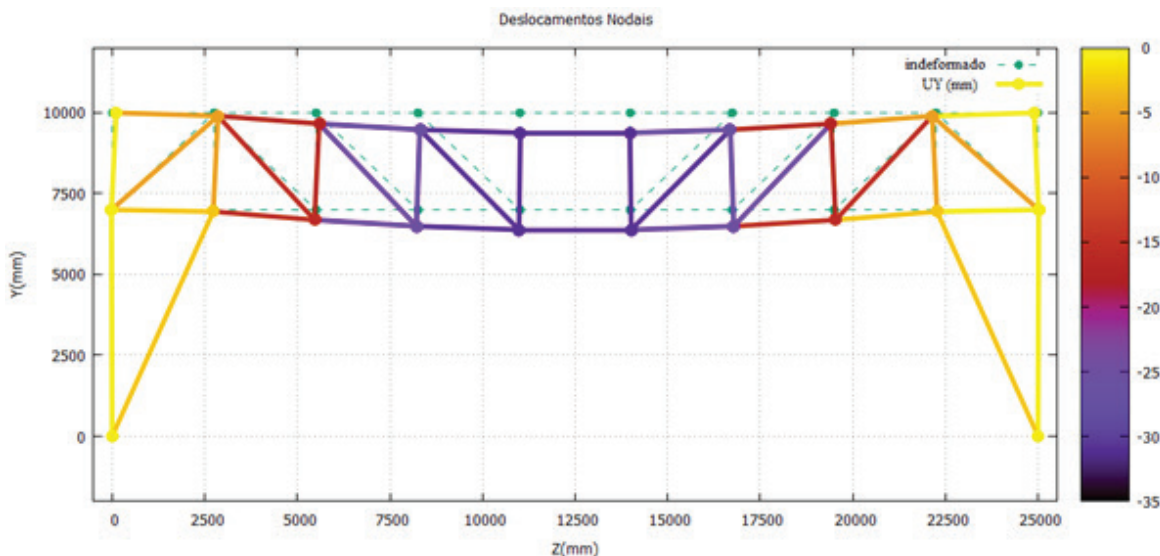
Figura 11 - Resultados das deformações através da simulação estrutural (Python).



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Resultados obtidos em FORTRAN FORCE 2.0.9, para os deslocamentos nodais e reações de apoios (Figura 12).

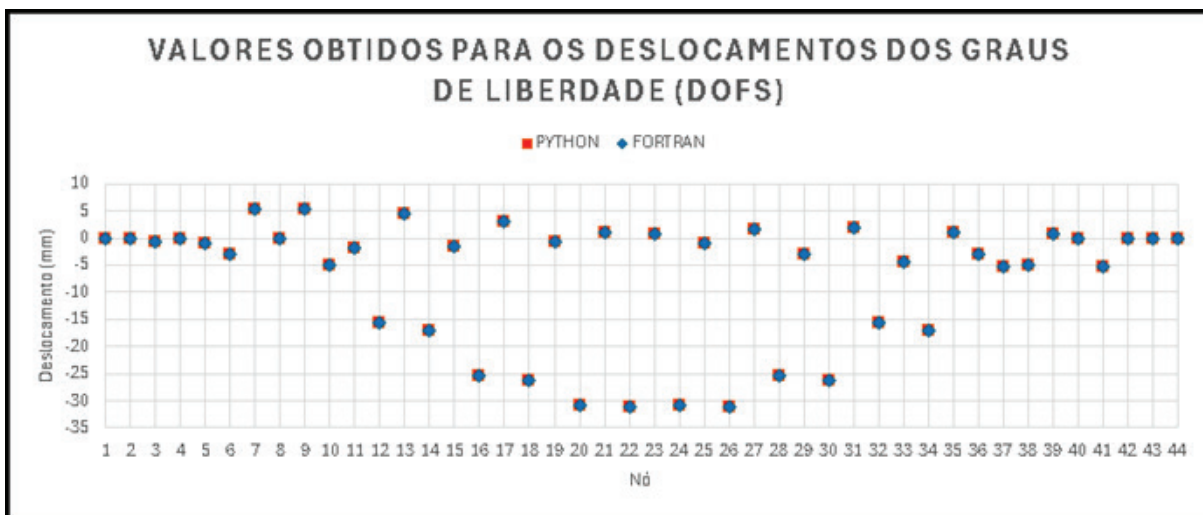
Figura 12 - Deslocamentos nodais e reações de apoios (FORTRAN)



Fonte: Elaborado pelo autor (2023).

Das figuras 11 e 12, é possível perceber que o comportamento das simulações para o campo de deformações, usando ambas as linguagens de programação, *Python* e *Fortran*, respectivamente, tem-se como maior deslocamento os nós centrais das vigas, sendo o resultado compatível com o comportamento de treliças. As reações de apoio também se mostraram compatíveis em ambos os métodos, conforme pode ser visto na figura 13, exibindo deslocamentos nulo, o que em princípio tem como justificativa as restrições de apoio aplicadas, não permitindo o seu deslocamento devido à fixação imposta, evidenciando-se, assim, que os resultados são coerentes. O comportamento apresentado demonstra, por sua vez, uma estrutura bastante sólida e estável, com as cargas e deslocamentos simétricos em relação à treliça e com diferença de valores obtidos entre as técnicas de simulação, usando as linguagens de programação *Fortran* e *Python* praticamente desprezíveis, se localizando na casa dos centésimos e milésimos para a maioria dos nós (Figura 13).

Figura 13 – Deslocamentos e comparação entre os resultados simulando a estrutura pelo MEF baseado nas linguagens de programação Fortran e Python.



Fonte: Elaborado pelo autor(2023).

## 6 CONCLUSÃO

Após comparações, foi possível constatar que o maior deslocamento entre o *Python* e *Fortran* se situa entre os nós 22 e 26, com erro de, aproximadamente, 0,1%, demonstrando que o modelamento em *Python* é tão confiável quanto o *Fortran*. Sendo assim, pode ser utilizado em diversas aplicações que envolvam a concepção, modelamento e simulação de estruturas.

Devido à simplicidade de uso da biblioteca *anaStruct*, torna-se possível, apenas com conhecimentos básicos de linguagem de programação, simular e analisar projetos de complexidades variadas, assegurando confiabilidade aos resultados, os quais foram criteriosamente demonstrados e apresentados neste estudo.

## 7 AGRADECIMENTOS

Os autores saúdam e agradecem a todos que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste trabalho, devendo-se destacar a pessoa do Dr. Eduardo Guimarães Prado, à época Superintendente Geral da FOA, cuja dedicação e empenho tornaram possível a consecução desse imponente espaço institucional, que é o edifício Francisco Cruz Junior, o qual, por sua vez, tornou possível validar a metodologia apresentada no presente estudo.

## REFERÊNCIAS:

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 8800**: Projeto de estruturas de aço e de estruturas mistas de aço e concreto de edifícios. Rio de Janeiro, p. 13. 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6120**: Ações para o cálculo de estruturas de edificações. Rio de Janeiro, p. 22. 2019.

ASTM. **Especificação padrão para alta resistência baixa liga Columbium Vanadium Aço Estrutural**. 2007. Disponível em: <https://pt.scribd.com/document/387354044/310674108-astm-a572-pdf-en-pt>. Acesso em: 20 fev. 2024.

AZEVEDO, Álvaro F. M. **Método Dos Elementos Finitos**. Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto Portugal, 2003. Disponível em: [http://www.alvaroazevedo.com/publications/books/livro\\_mef\\_aa\\_1ed/doc/Livro\\_MEF\\_AA.pdf](http://www.alvaroazevedo.com/publications/books/livro_mef_aa_1ed/doc/Livro_MEF_AA.pdf). Acesso em: 01 set. 2023.

BEER, Ferdinand P; JOHNSTON JR., E. Russel; MAZUREK, David F.; EISENBERG, Elliot R.; PERTENCE, Antônio Eustáquio De Melo; JÚNIOR, Antonio Pertence. **Mecânica vetorial para engenheiros: Estática**. 9. ed. Nova York: AMGH, 2011. ISBN 8580550467. Disponível em: [https://www.academia.edu/46847890/MEC%C3%82NICA\\_VETORIAL\\_PARA\\_ENGENHEIROS\\_EST%C3%81TICA\\_EST%C3%81TIC](https://www.academia.edu/46847890/MEC%C3%82NICA_VETORIAL_PARA_ENGENHEIROS_EST%C3%81TICA_EST%C3%81TIC). Acesso em: 23 nov. 2023

DELGADO JR, H. G et al. Um modelo para aplicação em análise estrutural de treliças planas: formulação e implantação pelo método dos elementos finitos. **Cadernos UniFOA**, Volta Redonda, v. 17, n. 50, p. 1–18, 2022. DOI: 10.47385/cadunifoa.v17.n50.3908. Disponível em: <https://revistas.unifoa.edu.br/cadernos/article/view/3908>. Acesso em: 23 nov. 2023.

JETBRAINS S.R.O. **PyCharm**. Versão 2023.3.3. Community Edition. [S. l.: s. n.]. Disponível em: <https://www.jetbrains.com/pt-br/pycharm/>. Acesso em: 21 fev. 2024.

LEPSCH. **Force FORTRAN**. Versão 2.0.9. GFortran. [S. l.: s. n.]. Disponível em: <https://force.lepsch.com/>. Acesso em: 21 fev. 2024.

MOAVENI, Saeed. **Finite element analysis: Theory and application with ANSYS**. 5. ed. Minnesota State University, Mankato: Pearson, 2015. ISBN 0-13-785098-0.

SARDÁ, Alexandre. **Estruturas Metálicas: VIGAS DE ALMA CHEIA**. UFPR, 2017. Disponível em: <https://slideplayer.com.br/slide/12119922/>. Acesso em: 23 nov. 2023.

UNIFOA. **[Hoje, dia 28 de abril, Dia da Educação, a FOA tem mais um motivo para comemorar! Foram oficialmente inaugurados o [...]]**. 28 abr. 2018. Facebook: @UniFOA. Disponível em: <https://www.facebook.com/UniFOA/posts/pfbid032uqKgpA4pMjZTjTCYhG8PdLGnqRZWmD9ji3L8Cr7tyNenJw9xYuBeDSMf8qEMwN5l>. Acesso em: 1 mar. 2024.